

# **SIMULAÇÃO DE MOVIMENTO DE UMA BICICLETA RECLINÁVEL – ANÁLISE DAS RELAÇÕES DE TRANSMISSÃO ADEQUADAS.**

## **André Garcia Chiarello**

Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Departamento de Mecânica, CP50, CEP 37500-903, Itajubá, MG, Brasil, E-mail: andre@iem.efei.br.

## **Guilherme Machado**

Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Departamento de Mecânica, CP 50, CEP 37500-903, Itajubá, MG, Brasil.

**Resumo.** *As bicicletas comerciais possuem como sistema de acionamento da roda traseira, um conjunto de engrenagens ligadas por uma corrente de elos. Este sistema é amplamente conhecido por suas vantagens relativas, como baixo custo, peso e manutenção. Entretanto, o uso da relação de transmissão adequada depende do sentimento do ciclista, que deve operar a alavanca de marchas sempre que perceber que existe necessidade de mudar para uma marcha mais leve ou pesada. Neste trabalho usa-se um modelo matemático, baseado nas equações de Lagrange para descrever o movimento de uma bicicleta do tipo reclinável. São adotados parâmetros baseados em um modelo real e as simulações de movimento objetivam obter a relação de marchas ótima em função da inclinação do terreno. Os resultados mostram que existe uma relação de transmissão adequada para cada inclinação o que possibilita utilizar um sistema de transmissão de marchas automático, facilitando sua condução.*

**Palavras Chave:** *Transmissão, simulação de movimento, bicicleta reclinável.*

## **1. INTRODUÇÃO**

Nos grandes centros urbanos, observa-se o grande número de veículos motorizados, contribuindo para a degradação do meio ambiente através do ruído sonoro produzido pelos motores à combustão e pela contínua emissão de gases poluentes na atmosfera. Além do problema ambiental, o excesso de veículos se traduz em congestionamentos, perda de produtividade, além de outros inúmeros problemas.

Os Veículos Movidos por Força Humana (VMFH) sempre atraíram a atenção de cientistas e pesquisadores, porque constituem uma maneira natural de aproveitar eficientemente a capacidade de trabalho do corpo humano. Dentre os diversos veículos já inventados pela humanidade, a bicicleta é de longe o VMFH mais utilizado como transporte.

A bicicleta comercial é um veículo relativamente barato, que encontrou grande afinidade junto a populações menos favorecidas economicamente, mas também possui adeptos em todas as partes do mundo.

Um tipo especial de bicicleta que vem sendo mais recentemente empregado para transporte e diversão é conhecido com bicicleta reclinável (*recumbents*). A palavra reclinado refere-se à posição do assento, onde o ciclista pode apoiar completamente as costas. Normalmente esses veículos possuem duas rodas, embora alguns modelos possuem três rodas. Ao contrário das bicicletas convencionais, os assentos das reclinadas são maiores proporcionando maior conforto (Christiaans,1998). A posição do guidão está acima do assento, no nível do ombro, ou debaixo do assento em uma posição onde os braços penduram naturalmente. Esta combinação cria um passeio confortável livre de tensões no pescoço e dores no pulso.

A Fig.1 mostra uma comparação entre a bicicleta convencional e uma bicicleta reclinável. Uma bicicleta reclinada pode oferecer o mesmo desempenho mas em uma posição mais confortável.

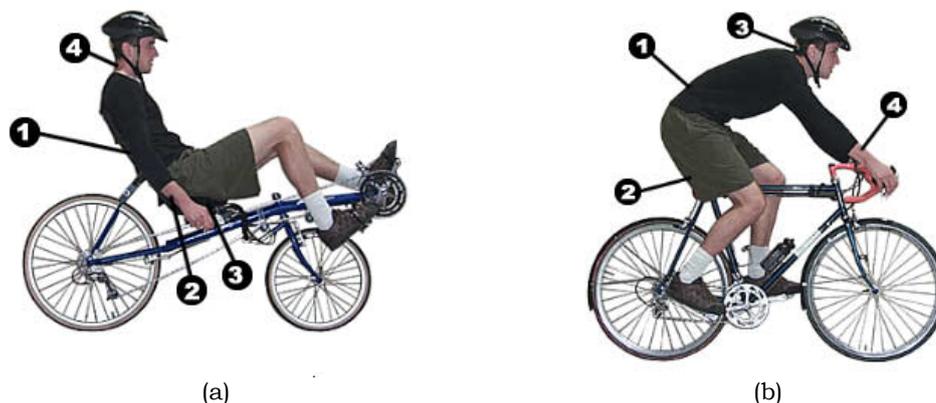


Figura 1 - (a) Bicicleta reclinável, (b) Bicicleta convencional

Observando-se a Fig.1 (a), nota-se que: 1) A parte de trás é apoiada completamente pelo assento. 2) O peso do corpo superior não está sendo apoiado por seus pulsos. 3) O assento é acolchoado completamente, com uma área de superfície larga para dar apoio total. 4) O pescoço não está curvado e forçado para observar.

Observando-se a Fig.1(b) nota-se que: 1) A parte de trás está constantemente curvada, especialmente quando se está em uma posição comprimida. 2) O assento é uma sela estreita que pode causar lesões. 3) O pescoço está sempre curvado para que se possa olhar adiante. 4) O peso superior do corpo é apoiado pelas mãos.

As bicicletas reclinadas ainda não são tão populares, mas os fabricantes deste tipo de bicicleta esperam que em breve, devido a suas vantagens comparativas, as bicicletas reclinadas serão tão populares como as convencionais.

O corpo humano é uma fonte muito limitada de potência. Sabe-se que um ciclista pouco treinado não fornece em média mais que 350 W (Whitt, 1971; Cavangh, 1962) contínuos por mais de uma hora, por meio de movimentação de pedais. Esta disponibilidade limitada de energia obriga os fabricantes de VMFH a desenvolverem máquinas cada vez mais eficientes.

A transmissão de movimento na bicicleta reclinável se faz através de um ou mais volantes acoplados por meio de corrente de elos a um conjunto de engrenagens ligadas a roda traseira. Por meio de um câmbio mecânico, o ciclista pode variar o volante dianteiro e também a engrenagem traseira, de modo que a relação de transmissão entre volante e roda traseira possa ser adequada a velocidade da bicicleta. O ciclista sabe que quando a força aplicada ao pedal fica muito alta, ele deve procurar uma marcha mais “leve”, por outro lado, quando as rotações do pedal ficam muito rápidas, ele deve procurar uma marcha mais “pesada”(Cho *et al.*, 1999).

A procura por uma marcha apropriada, nem sempre é fácil de ser feita. Deve-se lembrar que na bicicleta convencional e mesmo na reclinada, nada “avisa” ao ciclista que ele está usando uma marcha inapropriada, porque esta escolha depende da experiência do ciclista. Um sistema automático para mudança de marchas da bicicleta seria útil, caso este garantisse que o ciclista esta sempre na relação de marchas adequada.

Para entender melhor o problema da escolha da marcha ou relação de transmissão adequada para uma bicicleta reclinável, este trabalho propõe um modelo matemático do sistema homem + bicicleta. O estudo da simulação do movimento em condições de terreno diferentes pode ser útil no projeto de câmbios mecânicos mais adequados ou mesmo no projeto de câmbios automáticos para bicicletas reclináveis.

## 2. EQUAÇÃO DE MOVIMENTO

Existem diferentes métodos em mecânica para se determinar a eficiência de veículos movidos a força humana. As Equações de Lagrange, descritas por um balanço de energia dentro do sistema em termos de coordenadas generalizadas e suas derivadas, resultam em equações escalares. Uma das vantagens desse método é que as equações de movimento são derivadas do mesmo modo para qualquer conjunto de coordenadas, as acelerações não precisam ser determinadas e algumas dificuldades como sinais algébricos são eliminadas.

Por esse motivo escolheu-se modelar o sistema utilizando as Equações de Lagrange, sendo possível simular a eficiência do sistema sob diferentes condições. A Fig.2 mostra o

ciclista pedalando uma bicicleta reclinável sobre um terreno inclinado e a configuração de forças utilizadas no modelo matemático.

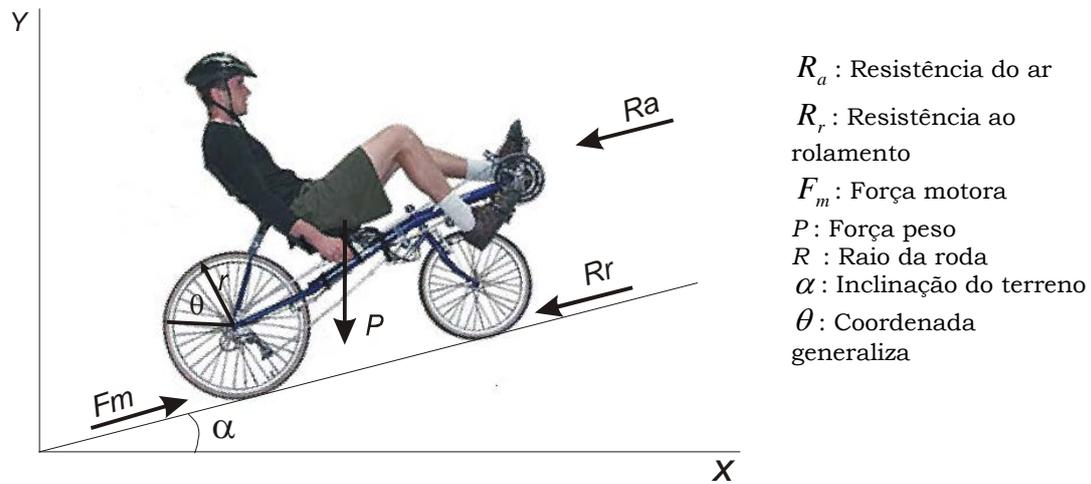


Figura 2 - Configuração de forças externas que atuam no sistema.

As seguintes considerações foram adotadas neste modelo: O ciclista e o quadro da bicicleta foram considerados como um único corpo rígido, de inércia equivalente; não foi adotado nenhum torque de frenagem, uma vez que o objetivo do estudo é a verificação do desempenho máximo do sistema sem limitações; não foram considerados movimentos laterais no sistema, sendo assim o sistema possui um grau de liberdade, desde que seja considerada a condição de contato permanente com o solo; o ciclista é única fonte de potência do sistema para condições adversas de percurso/terreno.

A energia cinética do sistema pode ser dividida em três partes de modo a simplificar a análise, sendo estas: ciclista+quadro, roda dianteira e roda traseira. A energia cinética do ciclista + quadro,  $T_c$ , é dada por:

$$T_c = \frac{1}{2} m_c r^2 \dot{\theta}^2(t) \quad (1)$$

onde:  $\dot{\theta}(t)$  é a derivada de  $\theta(t)$  em relação ao tempo e  $m_c$  é a massa do ciclista somada a massa do quadro da bicicleta e  $r$  o raio da roda. A energia cinética da roda traseira,  $T_t$ , será:

$$T_t = \frac{1}{2} [I_t \dot{\theta}^2(t) + m_t r^2 \dot{\theta}^2(t)] \quad (2)$$

onde:  $m_t$  é a massa da roda traseira e  $I_t$  o momento de inércia da roda traseira. A energia cinética da roda dianteira,  $T_d$ , será:

$$T_d = \frac{1}{2} [I_d \dot{\theta}^2(t) + m_d r^2 \dot{\theta}^2(t)] \quad (3)$$

onde:  $m_d$  é a massa da roda traseira. A energia cinética total do sistema,  $T$ , será:

$$T = T_c + T_t + T_d = \frac{I}{2} (mr^2 + I_t + I_d) \dot{\theta}^2 (t) \quad (4)$$

onde:  $m$  representa a massa do ciclista somada com a massa do quadro da bicicleta e a massa das duas rodas. A energia potencial total do sistema,  $V$ , é dada por:

$$V = (mgr \operatorname{sen} \alpha) \theta(t) \quad (5)$$

onde:  $g$  é a aceleração da gravidade no local e  $\alpha$  o ângulo de inclinação do terreno. No modelo mostrado na Fig.2 a força motora  $F_m$  é produzida pelo ciclista e existem duas forças contrárias ao movimento, a saber: a resistência ao rolamento  $R_r$  e a resistência do ar  $R_a$ .

A resistência ao rolamento representa as forças devido às deformações dos pneus na pista e o torque devido aos mancais das rodas. Whitt (1971) utilizando dados experimentais chegou a seguinte expressão:

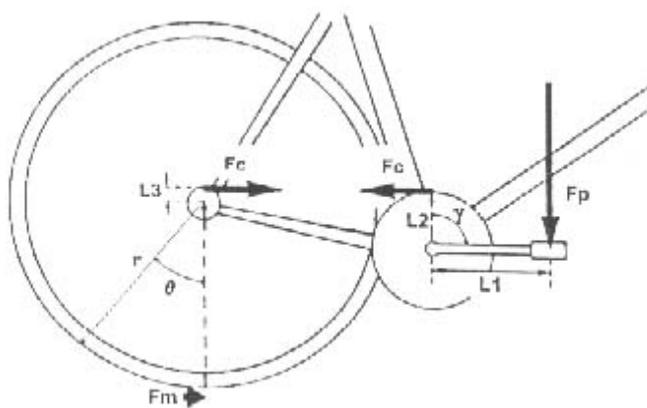
$$R_r = 0,005 + \left( \frac{0,15}{p} \right) = \text{constate} = c \quad (6)$$

onde:  $p$  é a pressão dos pneus em  $[lb/in^2]$ . Para pneus de  $1\frac{1}{4}$  pol de seção transversal e rodas de 26 pol de diâmetro em concreto ou asfalto. Prampero (1979) avaliou que este valor pode variar de 2,27 N até 9,08 N sendo um valor aceitável 4,2 N. O mesmo autor adotou um valor de postura para o ciclista e para a densidade do ar chegando a seguinte equação para a força produzida pela resistência do ar:

$$R_a = 0,2v^2 \quad (7)$$

onde:  $v$  é a velocidade linear da bicicleta.

A Fig. 3 ilustra as forças internas que surgem na bicicleta durante o ato de pedalar, a força motora gerada e as outras variáveis envolvidas.



- $F_p$  : força no pedal
- $F_c$  : força na correntea
- $F_m$  : força motora
- $r$  : raio da roda
- $L_1$  : comprimento do pé de vela
- $L_2$  : raio da engrenagem maior
- $L_3$  : raio da engrenagem menor
- $\gamma$  : deslocamento angular da roda
- $\theta$  : deslocamento angular do pedal

Figura 3 - Sistema de forças motoras na bicicleta.

Analisando-se o sistema de forças da Fig.3, chega-se facilmente a seguinte relação:

$$F_m = F_p \left( \frac{L_1 r_t}{r} \right) e \quad (8)$$

onde:  $r_t = L_3 / L_2$ , representa a relação de transmissão e a corresponde a eficiência mecânica da transmissão,  $e$ , é estimada em 95% para corrente de elos.

Com base nos trabalhos de Cavangh (1985), força no pedal produzida pelo ciclista, será representada por uma senóide na forma,

$$F_p = \frac{P_c}{L_1 r_t \dot{\theta}(t)} \left[ 1 + \frac{1}{2\pi} \text{sen} \left( 2r_t \theta(t) - \frac{\pi}{2} \right) \right] \quad (9)$$

Na Eq.(9),  $P_c = 300W$  é a potência fornecida pelo ciclista e, segundo Sonden(1978), esta potência pode ser considerada como constante. Portanto, a resultante das forças externas que realizam trabalho no sistema será dada por:

$$F_r = F_m - R_a - R_r = \frac{P_c e}{r \dot{\theta}(t)} \left[ 1 + \frac{1}{2\pi} \text{sen} \left( 2r_t \theta(t) - \frac{\pi}{2} \right) \right] - 0,2r^2 \dot{\theta}^2(t) - c \quad (10)$$

Agora que as forças que atuam no sistema são conhecidas, pode-se aplicar a equação de Lagrange generalizada. Como o sistema possui apenas um grau de liberdade, somente uma coordenada generalizada é suficiente para descrevê-lo. Para tal, escolheu-se o deslocamento angular da roda,  $\theta(t)$ , como a coordenada generalizada. A equação geral de Lagrange, definida por,

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}(t)} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta(t)} + \frac{\partial V}{\partial \theta(t)} = F_r \frac{\partial s}{\partial \theta(t)} \quad (11)$$

pode então ser utilizada para montar a equação geral de movimento do sistema. Na Eq.(11) todas as forças externas que atuam no sistema estão representadas por  $F_r$ , e o deslocamento virtual,  $\partial s$ , é facilmente calculado por

$$\partial s = r \partial \theta(t) \quad (12)$$

Finalmente, substituindo as equações Eq.(4), Eq.(5), Eq.(10) e Eq.(12) na Eq.(11), chega-se na equação geral de movimento do sistema:

$$\left( mr^2 + I_t + I_d \right) \ddot{\theta}(t) + mgr \text{sen} \alpha = \frac{P_c e}{\dot{\theta}(t)} \left[ 1 + \frac{1}{2\pi} \text{sen} \left( 2r_t \theta(t) - \frac{\pi}{2} \right) \right] - 0,2r^3 \dot{\theta}^2(t) - cr \quad (13)$$

### 3. SIMULAÇÃO NUMÉRICA

A Eq.(13) descreve o movimento da bicicleta em função do deslocamento angular da roda da mesma. Para que esta equação possa ser simulada no computador é necessário definir o valor numérico de todas as variáveis presentes na mesma. A Tab.1 mostra os valores utilizados. Os valores de massa, inércia e dimensões foram definidos com base em uma bicicleta reclinável real.

Tabela 1 – Valores numéricos dos parâmetros do sistema.

$m_c = 93,0 \text{ kg}$	$g = 9,81 \text{ N / kg}$	$L_l = 0,18 \text{ m}$
$m_t = 1,1 \text{ kg}$	$r = 0,35 \text{ m}$	$P = 300 \text{ W}$
$m_d = 1,0 \text{ kg}$	$c = 9,00 \text{ N}$	$r_t = 0,2 \text{ a } 1,5$

Na Eq.(13) o ângulo do terreno,  $\alpha$ , e a relação de transmissão,  $r_t$ , também precisam ser definidos. O objetivo desta simulação é observar o comportamento da velocidade do sistema para diferentes condições de terreno e também para diferentes relações de transmissão. Para isso, a equação geral de movimento foi simulada para diversos ângulos de terreno, variando de  $0^\circ$  à  $31^\circ$  e também para diversas relações de transmissão. As relações de transmissão empregadas na simulação correspondem à uma faixa de relações encontradas nas bicicletas reclinadas produzidas atualmente.

A simulação foi executada utilizando-se um programa em *M-File* do *MatLab*® e do *Simulink*. As variáveis observadas foram a força no pedal,  $F_p$ , e a velocidade angular no pedal,  $\dot{\gamma}(t) = r_t \dot{\theta}(t)$ . A escolha dessas variáveis deve-se ao fato de que existem limitações fisiológicas no processo. Estima-se que um ciclista necessite de uma frequência mínima para manter o equilíbrio de  $\dot{\gamma}(t) = 2,5 \text{ rd/s}$  e a uma frequência limite ou máxima  $\dot{\gamma}(t) = 24 \text{ rd/s}$ .

Pela mesma razão existem também limitações da força que o ciclista consegue impor nos pedais. Segundo Raine(1991) esses limites podem variar com a potência, a frequência de pedalada e também com a posição do ciclista (em pé ou sentado). Adequando-se esses estudos para o caso das reclinadas estimou-se a máxima força nos pedais em torno de  $600 \text{ N}$ . Assim define-se as limitações fisiológicas do ciclista como sendo: potência máxima de  $350 \text{ W}$ , força máxima no pedal de  $600 \text{ N}$  e faixa ótima de rotação nos pedais de  $2,4 \text{ rd/s}$  a  $24 \text{ rd/s}$ .

A Fig.4(a) mostra os resultados obtidos da simulação para relações de transmissão extremas, ou seja, a menor relação  $r_t = 0,2$  e para a maior relação  $r_t = 1,5$ , mantendo-se constante a potencia do ciclista em  $300 \text{ W}$ . Nota-se que usando  $r_t = 1,5$ , o ciclista pode percorrer terrenos em inclinação variando de  $4^\circ$  a  $25^\circ$  graus, sem ultrapassar o limite fisiológico. Entretanto, nota-se que a relação  $r_t = 0,2$  não permite ao ciclista trafegar em terreno com inclinação superior a  $4^\circ$ .

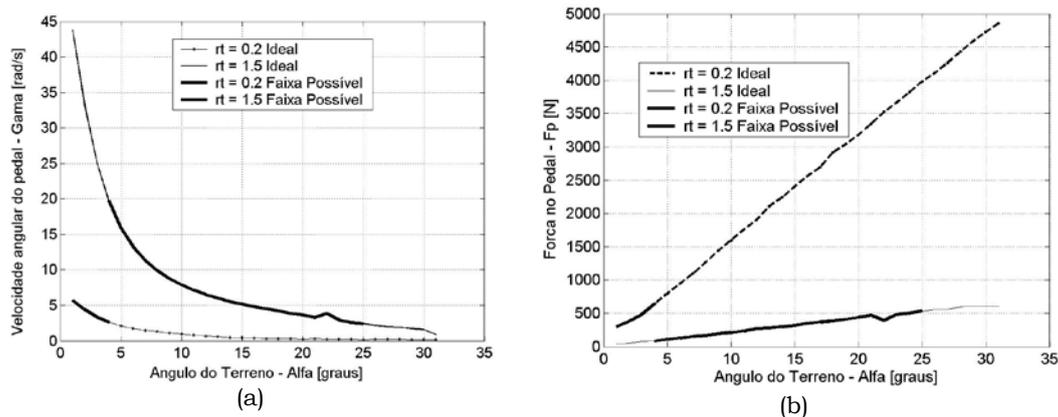


Figura 4. (a) Velocidade angular do pedal para diferentes inclinações de terreno. (b). Força no pedal para diferentes inclinações de terreno.

Na Fig.(4) o índice Ideal se refere aos valores obtidos sem limitações fisiológicas e o índice Faixa Possível se refere aos valores obtidos com as limitações fisiológicas do ciclista. A Fig.4(b) mostra o comportamento da força no pedal para as relações extremas. Para pequenas inclinações, até 4º a relação de transmissão  $r_t = 1,5$  não é adequada, devido as limitações fisiológicas e pelo mesmo motivo, a relação de transmissão  $r_t = 0,2$  não deve ser usado em inclinações maiores que 4º.

Em ambos os gráficos, na área entre as curvas limitadas pelas condições fisiológicas do ciclista, pode ser utilizada qualquer relação de transmissão. Entretanto, alguns estudos indicam que ciclistas profissionais sentem-se mais eficientes utilizando uma rotação do pedal próxima a 20 rd/s.

#### 4. CONCLUSÕES

Um modelo matemático descrevendo o movimento de uma bicicleta reclinável foi desenvolvido objetivando analisar o problema das relações de transmissão adequadas. As simulações do modelo mostraram que as limitações fisiológicas do ciclista impõem claros limites sobre as relações possíveis. Embora as condições fisiológicas variem muito dependendo do tipo de ciclista, pode-se afirmar que existe uma faixa adequada de relação de transmissão dependendo da inclinação do terreno.

Utilizando-se as curvas obtidas na simulação e assumindo que o ciclista prefira pedalar em uma determinada rotação fixa, pode-se estabelecer uma relação de transmissão adequada para cada inclinação de terreno. Esta análise é interessante para o projeto de um sistema automático de transmissão, e será apresentada em um próximo trabalho.

#### **Agradecimentos**

Os autores agradecem o apoio financeiro concedido pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq.

#### **BIBLIOGRAFIA**

- Cavangh, P.R. and Sanderson, D.J.,1985, The Biomechanics of Cycling: Studies of the Pedaling Mechanics of Elite Pursuit Riders, The Pennsylvania State University, U.S.A.
- Cho CK, Yun MH, Yoon CS, Lee MW , 1999, An Ergonomic Study on the Optimal Gear Ratio for a Multi-Speed Bicycle, International Journal of Industrial Ergonomics ,23(1-2) pg.95-100.
- Christiaans H.H.C.M, Bremner A , 1998. Comfort on bicycles and the validity of a commercial bicycle fitting system, Applied Ergonomics ,29: (3), pg. 201-211.
- Prampero, P.E. , 1979, Equation of a Motion of Cyclist, Journal of Applied Physiology: Respiratory, Environmental and Exercise Physiology, v.47(1), pg. 201-206.
- Raine, J.K. and Amor, M.R. ,1991, The Design and Energy Consumption of a Human-Powered Vehicle, International Journal of Vehicle Design, 12(5-6), pg.630-643.
- Sonden, P.D. and Adeyefa, B.A. ,1978, Forces Applied to Bicycle During Normal Cycling, Journal of Biomechanics, 12, pg.527-541.
- Whitt, F. R. ,1971, A Note on the Estimation of the Energy Expenditure of Sporting Cyclists, Ergonomics, vol.14, No. 3, pg 419-424.